

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Иркутской области

Управление образования администрации Ангарского городского округа

МАОУ "Гимназия № 8"

РАССМОТРЕНО

Заведующий
отделением

Боровнева В.А.
Протокол заседания
отделения №1 от «28»
августа 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора
по УВР

Чурахина Е.Н.
Протокол заседания НМС
№1 от «29» августа 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор

Черниговская О.И.
Приказ №306 от «30»
августа 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**курса внеурочной деятельности
«Решение олимпиадных задач»**

для обучающихся 5 – 8 классов

Ангарск 2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа внеурочной деятельности «Решение олимпиадных задач» для 5–8 классов разработана на основе ФГОС основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Рабочей концепции одаренности [1], дидактической системы «Учусь учиться» (Л. Г. Петерсон) [3].

Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности детей, их общеинтеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом.

Целью курса «Решение олимпиадных задач» является системная подготовка учащихся 5–8 классов к математическим олимпиадам, ориентированная на вовлечение школьников в математическую деятельность, развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого — достижение более высокого уровня их олимпиадной и общей математической подготовки.

Основными особенностями курса «Решение олимпиадных задач» являются:

- 1) системность и непрерывность олимпиадной подготовки учащихся с 5 по 8 класс (на уровне технологий, содержания и методик), ее достаточная полнота;
- 2) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода;
- 3) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владения общими подходами к решению нестандартных задач, умения работать в команде и др.;
- 4) создание творческой, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха.

Олимпиадные задачи — это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи — это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у *каждого* ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

5 – 6 КЛАССЫ

I. Арифметика

1. Суммы

Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): разбиение на пары. Метод дополнения до целого в клетчатых задачах. Использование связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета.

Приемы решения задач о разделении чисел на группы с равной суммой. Составление магических квадратов. Изменение суммы при изменении каждого слагаемого на некоторое число. Метод подсчета двумя способами на примере чисел с известными попарными суммами.

Прием разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду. Формула суммы чисел от 1 до n . Разбиение на пары групп чисел с равной суммой.

Метод подсчета двумя способами в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач. Введение переменной для дальнейшего двойного подсчета.

Среднее арифметическое, его свойства (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

Способы решения числовых и буквенных ребусов. Организация перебора с учетом принципа узких мест. Приемы решения задач на восстановление знаков действий, расстановку скобок, нахождение чисел с указанными свойствами.

Понятие решения буквенного ребуса. Метод перебора для поиска всех решений ребуса. Ограничение полного перебора с учетом принципа узких мест, свойств четности. Доказательство отсутствия решения у ребуса с помощью метода перебора, числовых оценок.

Конструкции с обыкновенными и десятичными дробями. Представление чисел в виде обыкновенных дробей с числителем 1 и разными знаменателями. Применение арифметических свойств дробей, правила сокращения дробей. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень. Приемы решения задач на равномерное распределение частей между несколькими людьми.

Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий. Зависимость знака произведения от знаков множителей. Приемы решения задач на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

Поиск циклов в арифметических задачах. Анализ задач с повторяющимися числами, вычисление длины цикла. Определение и использование порядкового номера внутри цикла в задачах с «большими» числами.

Эффект «плюс-минус один». Использование схемы для его преодоления. Вывод формулы для определения количества натуральных чисел в промежутке с помощью интерпретации на числовой оси. Метода масштабирования для проверки формул. Использование эффекта «плюс-минус один» для устранения противоречий при решении задач.

Конструкции с предварительным анализом. Конструирование путем разбиения на аналогичные подзадачи в задачах на разрезание, составление числовых конструкций.

Последовательное конструирование (конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу). Бесконечные процессы. Понятие базовой конструкции, шага. Прием разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента.

4. Время и движение

Приемы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы. Конструкции в задачах про время.

Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, *вдогонку, с отставанием*) с *неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение.*

Использование нестандартных чертежей при решении задач на движение. Изображение скоростей движения в частях (единичных отрезках). Масштабирование скорости. Использование более крупных единиц времени для уравнивания расстояний.

Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь.

Движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

Повороты клетчатой фигуры на прямой угол, связь с симметрией. Понятие о зеркальных (но несимметричных) фигурах. Использование симметрии и поворотов фигур при решении задач на разрезание. Метод «пропеллера» для построения примеров.

Задачи на разрезание пространственных фигур. Вычисление объемов фигур, составленных из кубиков. Изменение объема фигуры, составленной из кубиков,

при увеличении каждого измерения в 2 раза. Составление фигур из объемных частей.

Понятие развертки. Нахождение различных разверток куба. Способы изображения «склеивающихся» граней при изображении развертки куба. Изображение фигур, состоящих из кубиков. Три вида объемной фигуры. Восстановление объемной фигуры по трем ее видам.

Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур.

2. Площади

Разрезание фигур на равные части по линиям сетки и составление фигур из частей. Приемы поиска разных способов разрезания. Метод перебора, использование симметрии при поиске как можно большего количества различных разрезов одной и той же фигуры на равные части. Использование множества делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру.

Разрезания по линиям сетки и диагоналям клеток. Свойство аддитивности площади. Метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) и метод дополнения для вычисления площадей фигур, границы которых идут не по линиям сетки. Использование площадей фигур для определения форм частей в случае разрезания клетчатых фигур не по линиям сетки (диагоналям клеток).

Пентамино. Получение фигур пентамино из тетрамино с помощью геометрического метода перебора. Использование симметрии при решении задач на разрезание.

Введение дополнительной сетки (укрупнение или уменьшение клеток, наклонная сетка). Первичные представления о движениях плоскости (параллельный перенос, поворот). Перпендикулярность на клетчатой бумаге.

Приемы решения задач на перекраивание фигур («разрежь и составь»). Равносоставленные фигуры.

Разрезание не клетчатых фигур. Введение вспомогательной сетки. Разрезание фигур на подобные. Использование вспомогательной раскраски при решении задач на разрезание. Задачи на разрезание с оценкой и примером.

3. Геометрические неравенства

Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой.

Приближенное вычисление длин ломаных и кривых с помощью нити. Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда.

Варианты расположения точек на прямой. Координата середины отрезка числовой прямой. Расстояние между серединами отрезков.

Неравенство треугольника. Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

Метод уравнивания при решении задач с опорой на вспомогательные схемы. Метод «анализ с конца».

Прием «учти лишнее». Метод подсчета двумя способами. Связь с теорией множеств.

Выбор удобной переменной в текстовых задачах. Сравнение метода введения переменных с методом доказательства единственности решения задачи с помощью числовых оценок.

Десятичная запись (представление натурального числа в виде $a + 10b + 100c + \dots$). Признаки делимости, связанные с десятичной записью числа. Использование десятичной записи при решении буквенных ребусов и для доказательств «от противного». Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда.

Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения.

Понятие взаимно однозначного соответствия между множествами. Разбиение объектов на пары как пример взаимно однозначного соответствия. Использование взаимно однозначного соответствия для сравнения мощностей множеств. Примеры соответствий, не являющихся взаимно однозначными. Взаимно однозначное соответствие в простых комбинаторных задачах.

Прямая и обратная пропорциональность. Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач.

Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.

3. Неравенства и оценки

Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальности.

Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности.

Оценки величины «сверху» и «снизу». Ограничение перебора с помощью оценок. Двусторонние оценки как метод доказательства единственности ответа.

Простейшие действия с неравенствами. Оценки, связанные с делимостью. Решение двойных неравенств с натуральными числами.

Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень.

IV. Теория чисел

1. Делимость

Вывод признака делимости на 2 с помощью числового луча и заикливания последней цифры. Изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении. Доказательство четности и нечетности суммы и разности двух чисел.

Четность или нечетность суммы нескольких чисел. Доказательство с помощью разбиения на пары. Использование соображений четности при решении задач на доказательство для упрощения перебора вариантов.

Делимость и ее свойства. Доказательство признаков делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9, их обобщение. Отсутствие обобщения признака делимости на 9 на признак делимости на 27.

Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Простые числа. Делимость как инвариант.

Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.).

Задачи на оценку и пример, связанные с признаками делимости: нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр.

Каноническое разложение натурального числа. Степень вхождения простого делителя. Четность степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата.

2. Остатки

Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение).

Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n . Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n .

Способ определения остатка числа, связанный с соответствующим признаком делимости. Делимость на n разности числа и его остатка от деления на n . Сумма цифр. Делимость разности числа и его суммы цифр на 3 и 9. Раскладывание числа на разное количество частей с данным остатком.

Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков. Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Заикливание остатков степеней.

V. Логика

1. Математическая логика

Понятие об истинном и ложном высказывании. Составление высказываний и вопросов с определенными свойствами. Перебор двух вариантов в логических задачах.

Рыцари и лжецы. Отрицания элементарных высказываний. Перебор вариантов по роли (рыцарь/лжец). Представление перебора в виде таблицы, дерева вариантов. Высказывания о логическом следовании.

Логические задачи с неединственным ответом. Перебор, использующий высказывания о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний с «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

Метод «от противного». Логические таблицы. Отрицание высказываний с «и», «или», более сложных высказываний. Логические задачи на оценку и пример.

Доказательства, использующие чередование объектов. Расположение объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

Представление условия задачи в виде нестандартного чертежа. Геометрические интерпретации логических и арифметических задач.

Малые случаи. Разделение задачи на эквивалентные подзадачи. Составление блоков из элементов разбиения. Задачи с повторяющимися объектами. Метод проверки ответа (закономерности) на малых случаях.

Анализ задачи с конца (обратный ход) в арифметических и логических задачах. Сравнение с методом введения переменной. Табличное представление анализа с конца. Рассмотрение последнего шага процесса, его использование для доказательств в логических задачах.

Задачи с вопросом «сколько нужно взять?». Использование отрицаний элементарных высказываний при решении задач.

Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Обобщения принципа Дирихле. Принцип Дирихле в геометрических задачах. Остатки и принцип Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости с помощью двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов).

Переправы. Организация перебора в задачах на переправы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно).

Составление алгоритмов угадывания с помощью вопросов, на которые можно ответить только «да» или «нет». Доказательство несостоятельности алгоритма, позволяющего при одинаковых начальных данных получить различные ответы.

Взвешивания. Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при

недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами.

4. Игры и стратегии

Понятие математической игры для двух игроков на примере игр с шахматными фигурами на досках. Игры-шутки, в которых победитель зависит только от количества раундов. Формирование представления о выигрышных позициях.

Понятие выигрышной стратегии. Математические игры с полной информацией. Использование дерева перебора для доказательства верного выбора стратегии.

Симметричная стратегия в играх. Доказательство симметричной стратегии. Симметричная стратегия с «центром». Примеры неверного использования симметричной стратегии.

Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии.

Игры на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью».

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей».

Дерево вариантов для решения комбинаторных задач. Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами.

Правило суммы (правило «ИЛИ») и правило произведения (правило «И»), определение ситуаций для использования каждого правила. Задачи, требующие использования комбинации этих правил.

Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы.

2. Теория множеств

Диаграмма Эйлера — Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах.

Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи. Работа с множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями.

Метод дополнения в задачах. Использование кругов Эйлера и метода дополнения в комбинаторных задачах, в том числе для вычисления количества чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на какие-то числа.

Метод введения переменной при решении задач про множества.

VII. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

Раскраски досок. Конструирование примера раскраски доски с указанными свойствами. Задачи-соревнования на раскраску досок в наибольшее и наименьшее количество цветов. «Правильная» раскраска. Раскраска географической карты как пример «правильной» раскраски.

Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах.

Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты. Шахматная раскраска ребер и граней куба. Принцип Дирихле в задачах с раскраской. Использование раскраски для нахождения и доказательства единственности примера.

Виды раскрасок клетчатых досок в два и более цвета. Ра-раска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска. Доказательство невозможности разрезания на основе раскраски.

2. Теория графов

Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи.

Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути.

Полный граф. Количество ребер в полном графе. Графы шахматных фигур и количество ребер в них. Двудольный граф как модель связей между объектами двух типов. Представление турнира в виде графа.

Формальное определение графа. Вершины, ребра, степени вершин. Лемма о рукопожатиях как способ подсчета количества ребер в графе через сумму степеней вершин. Свойство четности количества вершин нечетной степени в графе. Лемма о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

Взаимное расположение точек и отрезков на плоскости. Точки и отрезки, лежащие на одной прямой. Идея об увеличении количества частей при разрезании невыпуклых фигур.

Разрезание фигур на части с определенным числом сторон. Разрезание на части, не образующие прямоугольники. Задачи на объединение фигур.

Покрытие плоскости одинаковыми фигурами (паркет). Понятие о многоугольнике. Паркет в форме правильных многоугольников (треугольники, квадраты, шестиугольники). Замощение клетчатыми фигурами. Замощение многоугольниками неправильной формы. Замощение невыпуклыми многоугольниками. Задачи о наиболее плотной укладке.

Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий.
Задачи о пересечении фигур.

7 – 8 КЛАССЫ

I. Арифметика

1. Суммы

Телескопическое суммирование. Суммы с переменными пределами. Использование формул сокращенного умножения (разность квадратов, кубов), разложения многочленов на множители при вычислении сумм.

Последовательности. Числа Фибоначчи как пример рекуррентного соотношения. Свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием. Примеры задач, при решении которых возникает последовательность Фибоначчи.

Применение арифметической, геометрической прогрессий и их свойств при решении задач. Понятие о рекуррентных соотношениях.

2. Числа и их свойства

Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей. Конструкции с рациональными числами.

Определение иррационального числа. Доказательство иррациональности чисел на примере числа $\sqrt{2}$.

Сопряженные иррациональные числа. Умножение выражения на сопряженное. Рациональность и иррациональность суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел. Иррациональность бесконечных непериодических десятичных дробей.

Приложения иррациональных чисел. Иррациональность в алгебраических задачах. Связь между диагональю и стороной квадрата. Невозможность построения правильного треугольника с вершинами в узлах сетки. Применение идей о рациональности и иррациональности в геометрических задачах.

3. Закономерности

Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов. Формулы числовых закономерностей. Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

Метод математической индукции. Формальное введение метода. База, шаг индукции. Доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей) с помощью метода математической индукции. Задачи с шагом, отличным от 1.

Более сложные схемы математической индукции. Индукция со ссылкой на несколько предыдущих элементов. Возвратная схема математической индукции, примеры неправильного применения метода математической индукции. Использование метода математической индукции при решении геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

Относительное движение. Переход в систему координат, связанную с одним из объектов, движущимся по прямой или по окружности. Движение мимо протяженных объектов. Движение по реке. Задачи о двигающемся эскалаторе.

Задачи на движение с несколькими переменными. Применение неравенства Коши о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел, неравенства Штурма в задачах на движение.

Сведение текстовых задач (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

Задачи на построение. Решение нестандартных задач на построение, нахождение ГМТ. Использование симметрии в задачах на построение. Построение кратчайших путей. Биссектрисы, серединные перпендикуляры как ГМТ.

Решение задач, использующих дополнительные построения: удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности.

Движения плоскости и их использование при решении геометрических задач. Центральная, осевая и скользящая симметрия. Поворот. Параллельный перенос. Гомотетия, поворотная гомотетия.

2. Площади

Формула площади треугольника. Вывод формулы площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки. Вывод формулы площади произвольного треугольника с помощью метода дополнения. Вычисление площадей фигур с помощью разрезов на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

Метод трансформации площадей, основанный на формуле площади треугольника.

Формула Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки. Ее доказательство методом математической индукции и применение в задачах.

3. Геометрические неравенства

Неравенство треугольника и дополнительные построения. Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой. Более сложные задачи о кратчайших путях, использующие симметрию и неравенство треугольника.

Неравенство ломаной как обобщение неравенства треугольника. Теорема о монотонности периметра: если внутри одного треугольника находится другой, то периметр внутреннего треугольника меньше периметра внешнего.

Случаи в геометрических задачах. Доказательство правильности дополнительного построения.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

Алгебраические преобразования. Понятие об одночлене, многочлене. Разложение многочленов на множители. Формулы сокращенного умножения и их применение при решении задач.

Многочлены с целыми коэффициентами, их свойства. Свойства коэффициентов многочлена. Теорема Виета для квадратного трехчлена.

Квадратный трехчлен, его свойства.

Доказательство теоремы Безу для многочленов, ее использование при решении задач. Понятие асимптотики на примере зависимости поведения многочлена от знака его старшего коэффициента. Теорема Виета.

2. Функциональные зависимости

Линейная функция. Свободный член и угловой коэффициент, их геометрический смысл. График линейной функции. Точки с целочисленными координатами на прямой. Использование свойств линейной функции при решении нестандартных задач.

Квадратичная функция. Геометрический смысл коэффициентов. График квадратичной функции.

Использование свойств непрерывности графиков функций для решения задач.

Распознавание функций по их свойствам и значениям. Интерполяционные многочлены.

3. Неравенства и оценки

Доказательство неравенств. Неотрицательность квадрата числа. Выделение полных квадратов. Неравенство о средних арифметическом и геометрическом для двух чисел. Неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.

Сведение неравенств к уже известным. Неравенства о средних для двух чисел.

IV. Теория чисел

1. Делимость

Алгоритм Евклида. Свойства НОД и НОК. Теорема о линейном представлении НОД, ее использование для нахождения частного решения линейных диофантовых уравнений.

Нелинейные уравнения в целых, неотрицательных, натуральных числах. Использование степеней вхождения простых чисел. Метод бесконечного спуска. Использование сравнений по модулю. Применение разложения на множители, выделения полного квадрата, других ФСУ.

2. Остатки

Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9.

Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Вопрос о делении сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам.

Решение сравнений через сведение к линейным диофантовым уравнениям. Решение линейных диофантовых уравнений. Малая теорема Ферма.

Доказательство через остатки произведений при делении на p . Доказательство по индукции.

V. Логика

1. Математическая логика

Приемы решения логических задач на оценку и пример. Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы. Отрицание логического следования.

Использование принципа крайнего при решении логических задач. Логические формулы, их использование для построения отрицаний. Законы де Моргана. Таблицы истинности.

Графы в логических задачах. Примеры комбинированных логических задач, связанных с другими областями математики.

2. Принципы решения задач

Принцип узких мест как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений (в том числе в комбинации с другими методами, такими как метод «от противного»). Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду, упорядочивание. Геометрический принцип крайнего.

Процессы. Инвариант как метод доказательства утверждений, выяснения результата процесса. Инварианты, связанные с теорией чисел (делимость, остатки). Инварианты в геометрических задачах. Раскраска как инвариант.

3. Алгоритмы и конструкции

Понятие о «жадном» алгоритме. «Жадный» алгоритм как метод построения примера, доказательства минимальности или максимальности. Использование «жадного» алгоритма при постепенном конструировании. Отклонение от «жадности». Составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма. Связь с системами счисления. Примеры таких алгоритмов в задачах на взвешивания, угадывание, в задачах на клетчатых досках. Обобщение методов доказательства невозможности построения алгоритма при определенных условиях. Оценка сложности алгоритмов.

4. Игры и стратегии

Стратегия предварительного разбиения ходов на пары в математических играх для двух игроков, связь с темой «Соответствия». Разбиение на пары во время игры. Стратегии создания «заповедников».

Неконструктивное доказательство существования стратегии.

Игры на графах. Использование двоичной системы счисления в теории игр. Игра Ним.

VI. Комбинаторика

1. Комбинаторика

Размещения с повторениями и их использование при решении задач. Размещения без повторений. Вывод формулы и ее запись в виде отношения факториалов.

Число сочетаний и его связь с числом размещений. Вывод формулы. Комбинаторное и алгебраическое доказательства равенств для числа сочетаний.

Свойства чисел сочетаний. Вывод формулы шаров и перегородок. Взаимно однозначные соответствия в комбинаторике. Идея кодирования задач. Комбинаторные задачи с множествами.

Бином Ньютона, треугольник Паскаля, связь между ними. Их применение при решении задач.

2. Теория множеств

Формула включений-исключений для трех множеств. Обобщение формулы включений-исключений на несколько множеств. Комбинаторное доказательство. Применение формулы включений-исключений при решении задач комбинаторной геометрии.

VII. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

Разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу. Разбиение досок на части для доказательства оценок. Подсчет общего количества разбиений.

Определение правильных вершинной и реберной раскрасок. Двудольный граф как пример графа, раскрашиваемого в два цвета.

Хроматическое число графа. Планарные (плоские) графы, их связь с картами. Проблема четырех красок. Формула Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах. Дерево, его определения и свойства. Зависимость минимального количества ребер в графе от числа компонент связности.

Двудольные графы. Критерий двудольности.

Выделение остовного дерева. Подвешивание графа. Дополнительный граф. Использование графов в теории чисел, комбинаторной геометрии.

Ориентированные графы, их свойства и область применения.

Критерий существования эйлерава пути, эйлерава цикла в графе. Разбиение произвольного графа в объединение простых путей и непересекающихся циклов. Гамильтонов путь, гамильтонов цикл в графе. Существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе. Примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

Раскраски плоскости с определенными свойствами. Задачи о нахождении одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии. Раскраски паркетов. Раскраска объемных фигур.

Определение выпуклого множества. Различные определения выпуклых многоугольников, их эквивалентность. Понятие о триангуляции. Лемма о диагонали. Триангуляция произвольного многоугольника. Доказательство формул суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «РЕШЕНИЕ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ»

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

5 класс

К концу обучения в пятом классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. Суммы

- вычислять суммы чисел, идущих через равные промежутки, с помощью разбиения на пары;
- применять формулу суммы всех натуральных чисел от 1 до n ;
- использовать подсчет суммы чисел в задачах о разбиении на пары групп чисел с равной суммой.

2. Числа и их свойства

- конструировать примеры с дробями;
- применять арифметические свойства дробей, правила сокращения дробей в задачах-конструктивах;
- решать задачи о равномерном распределении частей между несколькими людьми.

3. Закономерности

- проводить предварительный анализ в задачах-конструктивах;
- использовать разбиение на подзадачи при построении геометрических и числовых конструкций.

4. Время и движение

- строить и применять нестандартные схемы (чертежи) к задачам на движение;
- изображать скорости движения в частях (единичных отрезках);
- использовать более крупные единицы времени, НОД и НОК для уравнивания расстояний.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- изображать развертки простых пространственных фигур (куб, параллелепипед, пирамида);
- подбирать подходящие разные развертки куба и прямоугольного параллелепипеда для решения задач;
- изображать три вида объемной фигуры;
- восстанавливать возможную форму пространственной фигуры по ее трем видам.

2. Площади

- применять метод перебора в геометрических задачах, соображения симметрии для его упрощения;

- использовать фигуры пентамино при решении задач на разрезание;
- вводить вспомогательную сетку (с укрупненными или уменьшенными клетками, наклонную сетку) для вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге;
- применять параллельный перенос на клетчатой бумаге для упрощения вычисления площадей фигур;
- проводить предварительный анализ в задачах о перекраивании фигур;
- находить возможные способы разрезания и составления фигур в задачах о перекраивании фигур с помощью метода «проб и ошибок», принципа «узких мест».

3. Геометрические неравенства

- рассматривать все неэквивалентные варианты взаимного расположения нескольких точек на прямой;
- вычислять координату середины отрезка на числовой прямой;
- находить расстояние между серединами отрезков на числовой прямой по координатам вершин этих отрезков.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- вводить удобную переменную в нестандартных текстовых задачах;
- составлять и решать уравнение с одной переменной.

2. Функциональные зависимости

- устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств;
- использовать взаимно однозначное соответствие (разбиение на пары) для сравнения количества элементов в двух множествах;
- применять метод разбиения на пары при решении комбинаторных задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать оценки значения величины «сверху» и «снизу»;
- использовать оценки «сверху» и «снизу» для ограничения перебора числовых значений величины;
- применять двусторонние оценки для доказательства единственности возможного значения неизвестной.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- применять свойства делимости, признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9 при решении нестандартных задач;
- доказывать обобщения признаков делимости (признаки делимости на степени двойки, степени пятерки);
- использовать разложение натурального числа на простые множители в задачах-конструктивах и задачах на доказательство;
- фиксировать и применять инвариантность свойства делимости некоторой величины в процессах.

2. Остатки

- определять остаток от деления числа на 2, 4, 8, 5, 10, 3, 9 с помощью соответствующего признака делимости;
- использовать свойство делимости на n разности числа и его остатка от деления на n при решении задач.

V. Логика

1. Математическая логика

- находить с помощью метода перебора все варианты ответа в логических задачах;
- анализировать высказывания о существовании и всеобщности, использовать их отрицания при решении логических задач;
- строить отрицания высказываний со связками «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

2. Принципы решения задач

- применять метод «анализ с конца» (метод обратного хода) при решении текстовых и логических задач;
- использовать табличную форму записи решения текстовой задачи с помощью «анализа с конца»;
- использовать идею доказательства «от противного» при решении задач о наибольшем или наименьшем возможном значении величины (задачи с вопросом «сколько нужно взять»).

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы угадывания с помощью вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет»;
- использовать табличную форму записи шагов алгоритма угадывания.

4. Игры и стратегии

- строить и обосновывать симметричную стратегию, симметричную стратегию «с центром» в математических играх для двух игроков;
- приводить примеры неверного использования симметричной стратегии;
- конструировать выигрышную стратегию на основе анализа выигрышных и проигрышных позиций в игре.

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- применять правила суммы (правило «ИЛИ») и произведения (правило «И») в комбинаторных задачах;
- решать задачи, требующие комбинации этих двух правил.

2. Теория множеств

- применять метод дополнения, теоретико-множественные модели для решения задач о подсчетах;
- вычислять количество натуральных чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на некоторое n .

VII. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

- использовать шахматную раскраску доски, других объектов для проведения оценок и доказательств;
- использовать шахматную раскраску для конструирования примеров.

2. Теория графов

- строить более сложные интерпретации задач в терминах теории графов (графы шахматных фигур);
- вычислять количество ребер в полном графе, графе шахматной фигуры;
- представлять турнир в виде графа;
- изображать двудольный граф.

3. Комбинаторная геометрия

- строить регулярные покрытия плоскости равными фигурами (паркет);
- использовать для замощения правильные многоугольники, выпуклые и невыпуклые фигуры.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- составлять алгоритм решения задачи;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме.

6 класс

К концу обучения в шестом классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. Суммы

- определять неизвестную, значение которой можно выразить двумя способами, и вычислять ее значения (применять метод подсчета двумя способами);
- использовать метод подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач;
- составлять уравнения на основе подсчета неизвестной двумя способами;

- доказывать и применять при решении задач свойства среднего арифметического набора чисел (изменение при увеличении всех чисел набора на некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства

- строить конструкции с отрицательными числами;
- использовать отрицательные числа в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности

- конструировать сложные арифметические, геометрические примеры с помощью метода последовательного конструирования;
- доказывать возможность существования конструкции методом последовательного конструирования;
- определять необходимое количество базовых конструкций в задачах с последовательным конструированием.

4. Время и движение

- составлять схемы к задачам про движение по кругу, в том числе схем с единичными дугами;
- решать задачи о количестве пересечений стрелок часов, их взаимном расположении;
- вычислять градусные меры дуг между часовой, минут-ной, секундной стрелками.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- изображать пространственные фигуры по набору свойств (количество вершин, ребер, граней);
- строить развертки более сложных многогранников, восстанавливать вид пространственной фигуры по ее развертке;
- решать задачи об оклеивании объемных фигур, построении путей на поверхности таких фигур.

2. Площади

- строить разрезания неклечатых фигур на равные части;
- использовать вспомогательную сетку для разрезания неклечатых фигур.

3. Геометрические неравенства

- применять неравенство треугольника при решении простых геометрических и текстовых задач;
- доказывать неравенство треугольника с помощью построений циркулем и линейкой.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- применять запись числа в виде суммы разрядных слагаемых ($a + 10b + 100c + \dots$) для сведения задачи к уравнению в цифрах;
- решать уравнения в цифрах с помощью метода перебора и использования свойств делимости.

2. Функциональные зависимости

- использовать пропорции и их свойства при решении нестандартных текстовых задач.

3. Неравенства и оценки

- подбирать промежуточное число (посредника) для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел;
- использовать метод введения переменной для доказательства числовых неравенств, сравнения чисел.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- доказывать и применять в задачах признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.);
- решать задачи на оценку и пример, связанные с делимостью (нахождение наименьшего числа с указанными свойствами делимости, наименьшей возможной суммой цифр).

2. Остатки

- записывать в общем виде целое число с определенным остатком от деления на n ;
- использовать арифметические свойства остатков при решении задач;
- применять свойство закливания остатков при возведении числа в степень, определять остаток данной степени числа.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять метод «от противного»;
- строить отрицания высказываний с логическими связками «и», «или», сложных высказываний, применять эти отрицания в доказательствах «от противного»;
- решать логические задачи на оценку и пример;
- решать задачи о расположении объектов по кругу.

2. Принципы решения задач

- применять принцип Дирихле (избыток, недостаток) для решения задач;
- использовать доказательство «от противного» для решения задач, требующих обобщения принципа Дирихле;
- решать геометрические задачи с помощью принципа Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы взвешиваний;
- использовать представление результатов взвешиваний с помощью дерева вариантов;

- доказывать невозможность построения алгоритма взвешиваний при недостаточном количестве доступных взвешиваний.

4. Игры и стратегии

- строить стратегии в играх «на опережение»;
- доказывать, что один из игроков может обеспечить себе ничью.

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- вычислять количество анаграмм данного слова с различными и повторяющимися буквами;
- выводить формулы для числа перестановок с помощью правила произведения.

2. Теория множеств

- использовать метод введения переменной в задачах про множества.

VII. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

- использовать различные виды раскрасок досок для доказательства невозможности разрезания доски на определенные части.

2. Теория графов

- формулировать условие задачи в терминах теории графов;
- применять лемму о рукопожатиях для подсчета количества ребер в графе;
- использовать свойство четности количества вершин нечетной степени в графе в доказательствах;
- доказывать лемму о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия

- применять невыпуклые фигуры при конструировании;
- определять все возможные значения количества сторон при пересечении многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- составлять алгоритм решения задачи;
- строить отрицания сложных высказываний и использовать метод «от противного» для доказательства вспомогательных утверждений;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме;

- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- фиксировать противоречия в ходе перебора случаев и делать выводы об их невозможности;
- формулировать в письменном виде полный текст решения задачи.

7 класс

К концу обучения в седьмом классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. Суммы

- вычислять длинные суммы способом «телескопического суммирования»;
- использовать формулы сокращенного умножения, разложения многочленов на множители для вычисления сумм.

2. Числа и их свойства

- использовать свойства рациональных чисел при решении нестандартных задач;
- строить конструкции с рациональными числами.

3. Закономерности

- обобщать числовую задачу на задачу с переменной;
- составлять и доказывать формулы числовых закономерностей в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью перехода в движущуюся систему координат;
- учитывать протяженность объектов в задачах на движение;
- изображать схемы к нестандартным задачам на движение по реке и задачам, которые описывают схожий тип движения.

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- решать задачи на построение с использованием соображений симметрии;
- решать нестандартные задачи на нахождение ГМТ (геометрического места точек).

2. Площади

- доказывать и применять формулу площади произвольного треугольника;
- вычислять площади клетчатых фигур с помощью разрезания на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

3. Геометрические неравенства

- использовать осевую симметрию при доказательстве геометрических неравенств.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- применять способы разложения многочленов на множители при решении нестандартных алгебраических задач;
- использовать формулы сокращенного умножения для решения таких задач;
- применять метод замены числовых значений переменными для упрощения числовых выражений.

2. Функциональные зависимости

- применять свойства линейной функции при решении нестандартных задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать арифметические свойства неравенств и применять их при решении задач;
- доказывать неравенства с помощью выделения полных квадратов;
- использовать в доказательстве неравенств метод разбиения одночленов на слагаемые, прибавления и вычитания некоторого одночлена;
- доказывать и применять неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- обосновывать корректность алгоритма Евклида и применять его при решении числовых задач, задач о делимости;
- доказывать и применять свойства НОД и НОК;
- доказывать теорему о линейном представлении НОД;
- решать линейные уравнения в целых числах.

2. Остатки

- ограничивать множество возможных решений текстовых задач, уравнений в целых числах с помощью перебора по остаткам;
- составлять таблицы возможных остатков квадратов, кубов чисел;
- использовать свойства сравнений по модулю при решении задач;
- решать сравнения с помощью сведения к линейным уравнениям в целых числах.

V. Логика

1. Математическая логика

- использовать дополнительную раскраску и разбиение на группы для решения логических задач на оценку и пример;
- строить отрицание логического следования.

2. Принципы решения задач

- применять принцип «узких мест» для конструирования примеров и доказательства утверждений;
- использовать идею упорядочивания числовых рядов по возрастанию/убыванию, рассмотрения наибольшего или наименьшего числа в ряду для конструирования примеров и доказательства утверждений;
- применять геометрический принцип крайнего.

3. Алгоритмы и конструкции

- использовать «жадный» алгоритм для составления примеров, доказательства максимальности или минимальности;
- применять «жадный» алгоритм при последовательном конструировании;
- приводить примеры задач, в которых «жадный» алгоритм не дает оптимальный ответ.

4. Игры и стратегии

- конструировать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на предварительном разбиении ходов на пары;
- разрабатывать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на создании «заповедников».

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- находить число способов размещения с повторениями и без повторений;
- выводить формулу для числа размещений в виде произведения и в виде отношения факториалов;
- находить число сочетаний;
- выводить формулу для числа сочетаний;
- различать ситуации, в которых нужно подсчитать число размещений и число сочетаний;
- доказывать равенства для чисел сочетаний алгебраически и комбинаторно;
- решать задачи на подсчет количества способов, связанные с числом размещений и сочетаний.

2. Теория множеств

- выводить и использовать формулу включений-исключений для трех множеств.

VII. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

- применять разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу;
- использовать метод разбиения досок на непересекающиеся части для доказательства оценок;
- решать задачи с помощью усреднения (с подсчетом общего числа разбиений).

2. Теория графов

- использовать свойства связности, понятие компонент связности графа при решении задач;

- применять графы-деревья для решения задач;
- использовать двудольные графы и их свойства для решения задач.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать свойства раскрасок плоскости;
- решать задачи о существовании одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии на плоскости;
- строить правильные раскраски паркетов;
- решать задачи о правильной раскраске объемных фигур.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

8 класс

К концу обучения в восьмом классе обучающийся научится:

I. Арифметика

1. Суммы

- работать с рекуррентными соотношениями;
- выделять и доказывать закономерности, связанные с рядом Фибоначчи;
- доказывать свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием.

2. Числа и их свойства

- доказывать иррациональность чисел вида $\sqrt{n}$, где n — натуральное число, не являющееся точным квадратом;
- доказывать иррациональность чисел, являющихся суммой таких чисел;
- использовать свойства сопряженных чисел при решении задач;

- применять свойства рациональности и иррациональности суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел;
- доказывать свойства периодических и непериодических десятичных дробей, связанные с конечностью и бесконечностью повторения цифр.

3. Закономерности

- составлять формулы закономерностей;
- доказывать алгебраические равенства и формулы закономерностей с помощью метода математической индукции;
- применять метод математической индукции в случае, когда шаг индукции отличен от 1.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью введения нескольких переменных и дальнейшего рационального решения получающейся линейной или нелинейной системы уравнений;

II. Геометрия

1. Геометрическое мышление

- применять дополнительные построения при решении геометрических задач (удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности).

2. Площади

- вычислять площади фигур с помощью приема трансформации площадей;
- доказывать равенство площадей фигур с помощью приема трансформации площадей.

3. Геометрические неравенства

- доказывать и использовать при решении задач неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника);
- доказывать и применять при решении задач теорему о монотонности периметра.

4. Аналитические методы в геометрии

- применять метод координат для решения геометрических задач;
- использовать векторы и их свойства в геометрических задачах на доказательство.

III. Алгебра

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять при решении задач свойства многочленов с целыми коэффициентами;
- использовать теорему Виета для решения нестандартных задач;
- применять свойства квадратного трехчлена при решении задач.

2. Функциональные зависимости

- применять геометрический смысл коэффициентов квадратного трехчлена, график квадратного трехчлена для решения задач;

- исследовать относительное расположение графиков квадратных трехчленов с определенными свойствами;
- находить максимальное/минимальное значение квадратичной функции;
- использовать симметричность графика квадратичной функции относительно прямой, проходящей через вершину параболы.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять транснавенство для доказательства неравенств;
- доказывать и применять неравенство Чебышева;
- определять свойства неравенств, связанные с перестановками переменных (симметрические, циклические неравенства);
- использовать метод упорядочивания переменных при доказательстве неравенств.

IV. Теория чисел

1. Делимость

- использовать понятие степеней вхождения простых чисел для решения нелинейных уравнений в натуральных, целых, целых неотрицательных числах;
- применять метод бесконечного спуска в доказательствах «от противного»;
- использовать соображения делимости при решении нелинейных уравнений в целых числах.

2. Остатки

- доказывать малую теорему Ферма с помощью рассмотрения остатков произведений при делении на p и с помощью метода математической индукции;
- применять малую теорему Ферма для решения теоретико-числовых задач;
- доказывать и применять в задачах теорему Вильсона.

V. Логика

1. Математическая логика

- применять принцип крайнего при решении логических задач;
- строить логические формулы и использовать их для построения отрицаний сложных высказываний;
- решать логические задачи со сложными высказываниями;
- применять законы де Моргана;
- строить таблицы истинности.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие инварианта в процессе;
- применять инвариант для доказательства общих утверждений о ходе процесса, для выяснения результата процесса;
- находить и применять инварианты, связанные с делимостью и остатками;
- применять инвариант при решении геометрических задач.

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы, не зависящие от промежуточных результатов работы, и обосновывать их корректность;

- применять кодировку числами других систем счисления при построении алгоритмов взвешиваний, угадывания, на клетчатых досках и для доказательства невозможности составления алгоритма с меньшим числом действий.

4. Игры и стратегии

- доказывать существование стратегии в математической игре для двух игроков без приведения самой стратегии.

VI. Комбинаторика и теория множеств

1. Комбинаторика

- применять метод «шаров и перегородок» при решении комбинаторных задач;
- строить взаимно однозначные соответствия между комбинаторными задачами;
- решать задачи о подсчете количества множеств и подмножеств с определенными свойствами.

2. Теория множеств

- выводить комбинаторным способом и использовать формулу включений-исключений для нескольких множеств.

VII. Комбинаторная геометрия

1. Раскраски и разбиения

- строить правильные реберные и вершинные раскраски, доказывать возможность их построения для графа с определенными свойствами.

2. Теория графов

- использовать метод выделения остовного дерева для решения задач теории графов;
- применять метод «подвешивания» графа за вершину для доказательства утверждений теории графов;
- использовать дополнительный граф, рассмотрение «антиребер» при решении задач;
- применять графы в задачах теории чисел, комбинаторной геометрии.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать эквивалентность определений выпуклого многоугольника;
- доказывать возможность триангуляции выпуклого многоугольника;
- доказывать и применять лемму о диагонали;
- выводить и применять формулы суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника;
- использовать графы-деревья при решении задач о триангуляции многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;

- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 КЛАСС

№	Наименование разделов и тем программы	Количество часов
1	Можно или нельзя?	1
2	Анализ с конца	1
3	Пентамино	1
4	Логичный перебор	1
5	Игра 1	1
6	Переверни и сложи	1
7	Паркет	1
8	Угадай, что я задумал	1
9	От чисел — к буквам	1
10	Игра 2	1
11	Делимость и признаки	1
12	Загадка Шахерезады	1
13	Необычные площади	1
14	Отрезки на прямой	1
15	Игра 3	1
16	Перекраивание фигур	1
17	Схема помогает!	1
18	Сколько нужно взять?	1
19	Круги Эйлера. Метод дополнения	1
20	Игра 4	1
21	Конструкции с дробями	1
22	Числовые оценки	1
23	Признаки делимости и остатки	1
24	Шахматная раскраска	1
25	Семь раз отмерь	1
26	Игра 5	1
27	Правила суммы и произведения	1
28	Развертки куба. Виды объемных фигур	1
29	Соответствие	1
30	Игры. Симметричная стратегия	1
31	Увидеть граф	1
32	Игра 6	1
33	Подведение итогов года	1
34	Резерв	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34

6 КЛАСС

№	Наименование разделов и тем программы	Количество часов
1	Метод «от противного»	1
2	Десятичная запись	1
3	Отрицания высказываний	1
4	Игра 1	1
5	Последовательное конструирование	1
6	Среднее арифметическое	1
7	Игры на опережение	1
8	Круги Эйлера. Оценки	1
9	Игра 2	1
10	Другие признаки делимости	1
11	Шахматная раскраска (доски)	1
12	Принцип Дирихле	1
13	Пропорциональность	1
14	Игра 3	1
15	Сравнение чисел	1
16	Движение по кругу	1
17	Оценка + пример и признаки делимости	1
18	Подсчет двумя способами	1
19	Игра 4	1
20	Разложение на простые множители	1
21	Взвешивания	1
22	Перестановки с повторениями и без	1
23	Выигрышные позиции	1
24	Игра 5	1
25	Геометрический принцип Дирихле	1
26	Остатки и их свойства	1
27	Конструкции с отрицательными числами	1
28	Графы. Подсчет ребер	1
29	Игра 6	1
30	Развертки многогранников	1
31	Неравенство треугольника	1
32	Конструкции с невыпуклыми фигурами	1
33	Подведение итогов года	1
34	Резерв	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34

7 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем	Количество часов
1	От закономерности к формуле	4
3	Логика. Оценка и пример	3
4	Формула площади треугольника	3
5	Алгоритм Евклида	2
6	Узкие места	2
7	Мощность множеств	1
8	Сравнения по модулю	2
9	Телескопическое суммирование	2
10	Рациональные числа.	2
11	Раскраски	2
12	Неравенство треугольника и дополнительные построения	2
13	Принцип крайнего и упорядочивание	2
14	Деревья	2
15	Размещения и сочетания	2
16	Стратегия разбиения на пары	2
17	Подведение итогов.	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34

8 КЛАСС

№	Тема занятия	Количество часов
1.	Логические формулы	1
2.	Числа Фибоначчи и их применение	1
3.	Слишком много переменных	1
4.	Инвариант	1
5.	Метод математической индукции. Введение	1
6.	Метод математической индукции	1
7.	Принцип крайнего в логических задачах	1
8.	Иррациональные числа	1
9.	Существование стратегии	1
10.	Нелинейные уравнения в целых числах	1
11.	Разбиения	1
12.	Квадратный трехчлен.	1
13.	Неравенство ломаной и «резинки»	1
14.	Алгоритмы «по плану»	1
15.	Формула Пика	1
16.	Число сочетаний. Шары и перегородки	1
Резерв		1
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		17

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

5 класс			
№	Тема занятия	Кол-во часов	Основные олимпиадные идеи
1	Можно или нельзя?	1	Конструирование и доказательство как способы ответа на вопрос «Можно ли?»
2	Анализ с конца	1	Анализ «с конца» как альтернатива введению переменной при решении текстовых задач, использование метода «анализа с конца» в задачах на доказательство
3	Пентамино	1	Принцип «узких мест» в геометрических задачах, соображения сим-метрии, метод перебора в задачах на разрезание и составление фигур
4	Логичный перебор	1	Полный перебор в логических задачах, выбор удобного инструмента перебора, высказывания о всеобщности и существовании в логических задачах
5	Игра 1	1	Повторение тем занятий 1–4
6	Переверни и сложи	1	Метод разбиения чисел на пары, вычисление количества и суммы чисел в указанном диапазоне, эффект «плюс-минус один»
7	Паркетты	1	Конструирование в геометрических задачах, замощение плоскости равными фигурами, представления о невыпуклых фигурах
8	Угадай, что я задумал	1	Составление алгоритмов угадывания, формирование представлений об оптимальном алгоритме

9	От чисел — к буквам	1	Введение переменной в текстовых задачах как метод нахождения всех решений, сравнение с методом перебора
10	Игра 2	1	Повторение тем занятий 5–8
11	Делимость и признаки	1	Свойства и признаки делимости, задачи на оценку и пример
12	Загадка Шахерезады	1	Разложение на простые множители, задачи на доказательство, использующие разложение на простые множители
13	Необычные площади	1	Перекраивание фигур для удобства вычисления площади на клетчатой бумаге
14	Отрезки на прямой	1	Критерий расположения трех точек на прямой, конструирование в геометрических задачах
15	Игра 3	1	Повторение тем занятий 9–12
16	Перекраивание фигур	1	Решение задач на тему «разрежь и составь». Метод анализа «с конца» при решении задач на разрезание. Равносоставленные фигуры. Введение вспомогательной сетки при решении задач на разрезание.
17	Схема помогает!	1	Нестандартные задачи на движение, использование вспомогательного чертежа при решении задач на движение
18	Сколько нужно взять?	1	Оценка и пример в задачах о случайном выборе предметов
19	Круги Эйлера. Метод дополнения	1	Дополнение подмножества, использование метода косвенного подсчета (дополнения) при решении комбинаторных задач

20	Игра 4	1	Повторение тем занятий 13–16
21	Конструкции с дробями	1	Конструкции в задачах с дробями, числовые ребусы с дробями, использование свойств и признаков делимости при конструировании
22	Числовые оценки	1	Сведение задачи к неравенству, задачи на оценку и пример
23	Признаки делимости и остатки	1	Определение остатка числа при делении с помощью признака делимости, арифметика остатков
24	Шахматная раскраска	1	Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты
25	Семь раз отмерь	1	Предварительный анализ в задачах на разрезание, метод «малых случаев», метод «подсчета двумя способами»
26	Игра 5	1	Повторение тем занятий 17–21
27	Правила суммы и произведения	1	Дерево вариантов, комбинаторные правила суммы и произведения
28	Развертки куба. Виды объемных фигур	1	Различные развертки куба, три вида объемной фигуры и восстановление фигуры по ее видам
29	Соответствие	1	Метод взаимно-однозначного соответствия (разбиение на пары и группы)
30	Игры. Симметричная	1	Симметричная стратегия в играх, доказательство стратегии

	стратегия		
31	Увидеть граф	1	Граф как модель представления информации, графы шахматных фигур, двудольный граф
32	Игра 6	1	Повторение тем занятий 22–26
33	Подведение итогов года	1	Представление «любимых» задач по всем темам
Резерв		1	Повторение
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	

6 класс			
№	Тема занятия	Кол-во часов	Основные олимпиадные идеи
1	Метод «от противного»	1	Использование метода «от противного» при решении задач
2	Десятичная запись	1	Использование представления в виде суммы разрядных слагаемых с переменными ($a + 10b + 100c + \dots$) при решении задач. Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости. Применение десятичной записи при решении буквенных ребусов
3	Отрицания высказываний	1	Отрицания высказываний с логическими связками, использование отрицаний при решении логических задач (про рыцарей и лжецов), метода перебора
4	Игра 1	1	Повторение тем занятий 1–3
5	Последовательное конструирование	1	Решение задач на конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу. Бесконечные процессы. Метод «добавь по одному». Идея разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента
6	Среднее арифметическое	1	Использование среднего арифметического и его свойств при решении задач
7	Игры на опережение	1	Развитие представления о стратегиях в математических играх на примере игр на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью»
8	Круги Эйлера. Оценки	1	Задачи с множествами, требующие оценки наибольшего или наименьшего значения некоторой величины. Введение переменной в задачах про множества
9	Игра 2	1	Повторение тем занятий 4–7

10	Другие признаки делимости	1	Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.), их доказательство
11	Шахматная раскраска (доски)	1	Использование шахматной раскраски досок для оценок и доказательств. Использование чередования в доказательствах и подсчетах в задачах на досках
12	Принцип Дирихле	1	Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Задачи на оценку и пример, использующие в качестве оценки рассуждения по принципу Дирихле
13	Пропорциональность	1	Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач. Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.
14	Игра 3	1	Повторение тем занятий 8–11
15	Сравнение чисел	1	Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников
16	Движение по кругу	1	Использование чертежей при решении задач на движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками
17	Оценка + пример и признаки делимости	1	Решение задач на оценку и пример, связанные с признаками делимости: нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр
18	Подсчет двумя способами	1	Использование метода двойного подсчета в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного». Задачи с арифметическими таблицами, геометрические задачи, использование введения переменной для дальнейшего двойного подсчета
19	Игра 4	1	Повторение тем занятий 12–15

20	Разложение на простые множители	1	Теорема о простом делителе. Следствие о четности степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата
21	Взвешивания	1	Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами
22	Перестановки с повторениями и без	1	Перестановки без повторений и с повторениями на примере анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы
23	Выигрышные позиции	1	Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии
24	Игра 5	1	Повторение тем занятий 16–19
25	Геометрический принцип Дирихле	1	Использование принципа Дирихле в геометрических задачах
26	Остатки и их свойства	1	Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков. Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Зацикливание остатков степеней
27	Конструкции с отрицательными числами	1	Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий. Зависимость знака произведения от количества отрицательных знаков у множителей. Задачи на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками
28	Графы. Подсчет ребер	1	Интерпретация задач в терминах теории графов. Подсчет количества ребер в графе. Лемма о рукопожатиях. Свойство четности количества вершин нечетной степени. Лемма о хороводах

29	Игра 6	1	Повторение тем занятий 20–23
30	Развертки многогранников	1	Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур
31	Неравенство треугольника	1	Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр. Арифметические задачи, связанные с неравенством треугольника
32	Конструкции с невыпуклыми фигурами	1	Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур. Невыпуклые многоугольники
33	Подведение итогов года	1	Представление «любимых» задач по всем темам
Резерв		1	Повторение
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	

7 класс

№ п/п	Тема занятия	Количество часов
1	Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов.	1
2	Формулы числовых закономерностей	1
3	Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических и геометрических задачах.	1
4	Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в логических и комбинаторных задачах.	1
5	Решение логических задач на оценку и пример.	1
6	Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы (геометрический принцип Дирихле).	1
7	Отрицание логического следования.	1
8	Формула площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки.	1
9	Вывод формулы площади произвольного треугольника методом дополнения.	1
10	Вычисление площадей фигур с помощью разрезов на элементарные части (треугольники и прямоугольники)	1
11	Алгоритм Евклида, свойства НОД и НОК.	1
12	Использование алгоритма Евклида и свойств НОД и НОК для решения задач.	1
13	Принцип крайнего (узких мест) как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений.	1
14	Элементы геометрического принцип крайнего.	1
15	Формула включений – исключений для трех множеств	1

16	Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9.	1
17	Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам.	1
18	Суммы с переменными пределами.	1
19	Метод телескопического суммирования при вычислении сумм.	1
20	Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей.	1
21	Конструкции с рациональными числами.	1
22	Использование раскрасок при решении задач на клетчатых досках.	1
23	Раскраска полосами, диагональная раскраска.	1
24	Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств.	1
25	Нахождение кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой.	1
26	Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду.	1
27	Упорядочивание ряда чисел.	1
28	Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах.	1
29	Дерево, его определение и свойства.	1
30	Размещения с повторениями и их использование при решении задач.	1
31	Число сочетаний и его связь с числом размещений.	1
32	Стратегии в математических играх.	1
33	Стратегия предварительного разбиения ходов на пары.	1
34	Представление «любимых» задач по всем темам.	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34

7 класс

№ п/п	Тема занятия	Количество часов
1	Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов.	1
2	Формулы числовых закономерностей	1
3	Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических и геометрических задачах.	1
4	Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в логических и комбинаторных задачах.	1
5	Решение логических задач на оценку и пример.	1
6	Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы (геометрический принцип Дирихле).	1
7	Отрицание логического следования.	1
8	Формула площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки.	1
9	Вывод формулы площади произвольного треугольника методом дополнения.	1
10	Вычисление площадей фигур с помощью разрезаний на элементарные части (треугольники и прямоугольники)	1
11	Алгоритм Евклида, свойства НОД и НОК.	1
12	Использование алгоритма Евклида и свойств НОД и НОК для решения задач.	1
13	Принцип крайнего (узких мест) как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений.	1
14	Элементы геометрического принцип крайнего.	1
15	Формула включений – исключений для трех множеств	1

16	Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9.	1
17	Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам.	1
18	Суммы с переменными пределами.	1
19	Метод телескопического суммирования при вычислении сумм.	1
20	Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей.	1
21	Конструкции с рациональными числами.	1
22	Использование раскрасок при решении задач на клетчатых досках.	1
23	Раскраска полосами, диагональная раскраска.	1
24	Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств.	1
25	Нахождение кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой.	1
26	Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду.	1
27	Упорядочивание ряда чисел.	1
28	Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах.	1
29	Дерево, его определение и свойства.	1
30	Размещения с повторениями и их использование при решении задач.	1
31	Число сочетаний и его связь с числом размещений.	1
32	Стратегии в математических играх.	1
33	Стратегия предварительного разбиения ходов на пары.	1
34	Представление «любимых» задач по всем темам.	1
	ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	34

8 класс			
№	Тема занятия	Кол-во часов	Типы олимпиадных задач
1.	Логические формулы	1	Логические задачи, требующие построения отрицаний сложных высказываний, придумывания различающих вопросов
2.	Числа Фибоначчи и их применение	1	Задачи, в которых возникает последовательность Фибоначчи
3.	Слишком много переменных	1	Задачи на движение, требующие введения нескольких переменных; использование неравенства Коши для двух чисел
4.	Инвариант	1	Задачи на нахождение инварианта в процессе; задачи на инварианты, связанные с теорией чисел (делимость, остатки)
5.	Метод математической индукции. Введение	1	Формальное введение метода математической индукции. База, шаг индукции. Задачи на доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей)
6.	Метод математической индукции	1	Примеры применения метода математической индукции в неалгебраических задачах
7.	Принцип крайнего в логических задачах	1	Логические задачи, использующие идею принципа крайнего; логические задачи на оценку и пример
8.	Иррациональные числа	1	Задачи на изучение иррациональных чисел, свойств арифметического квадратного корня
9.	Существование стратегии	1	Игры с более сложными стратегиями. Передача хода. Неконструктивное доказательство существования стратегии
10.	Нелинейные уравнения в целых	1	Использование теоретико-числовых знаний (степеней вхождения

	числах		простых чисел (пример: доказательство иррациональности числа, метода бесконечного спуска, остатков от деления) при решении нелинейных уравнений в целых числах
11.	Разбиения	1	Задачи с использованием раскрасок и дополнительных разбиений досок на части для доказательства оценок
12.	Квадратный трехчлен.	1	Задачи на исследование алгебраических свойств квадратного трехчлена
13.	Неравенство ломаной и «резинки»	1	Задачи на неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника), теорема о монотонности периметра
14.	Алгоритмы «по плану»	1	Задачи на составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма (на примере задач на взвешивание, угадывание, на клетчатых досках)
15.	Формула Пика	1	Задачи, приводящие к формуле Пика
16.	Число сочетаний. Шары и перегородки	1	Комбинированные комбинаторные задачи, задачи о «шарах и перегородках»
Резерв		1	Повторение
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		17	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

1. Рабочая концепция одаренности: Федеральная целевая программа «Одаренные дети» / Под ред. Д. Б. Богоявленской, В. Д. Шадрикова. — М.: Министерство образования РФ, 2003. (http://narfu.ru/school/deti_koncher.pdf)
2. *Петерсон Л. Г.* Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография / Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева и др. — М.: Институт СДП, 2018.
3. *Петерсон Л. Г.* Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. — М.: АПК и ППРО; УМЦ «Школа 2000...», 2007.
4. *Анисимов О. С.* Методологический словарь для стратегов. Т. 1 / О. С. Анисимов. — М.: Энциклопедия управленческих знаний, 2004.
5. *Анисимов О. С.* Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления). — М.: Агро-Вестник, АМБ-агро, 2000.
6. *Венгер Л. А.* Педагогика способностей. — М.: Знание, 1973.
7. *Маслоу А.* Мотивация и личность. — СПб.: Питер, 2006.
8. *Хинчин А. Я.* О воспитательном эффекте уроков математики // Математика в школе. — 1962. — № 3. — С. 30–40.
9. *Гнеденко Б. В.* Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе. — 1991. — № 4. — С. 3–9.
10. *Гингулис Э. Ж.* Развитие математических способностей учащихся // Математика в школе. — 1990. — № 1. — С. 14–17.
11. *Агаханов Н. Х.* Средовой подход как условие развития математически одаренных школьников / Н. Х. Агаханов // Вестник ТГПУ. — 2013. — № 1 (129). — С. 120–124.
12. *Мелик-Пашаев А. А.* Проявление одаренности как норма развития // Психологическая наука и образование. — 2014. — Т. 19. — № 4. — С. 15–21.
13. *Петерсон Л. Г., Абатурова В. В., Кубышева М. А.* Система «выращивания» одаренности школьников: методологический аспект и практика // Профильная школа. — 2016. — № 2. — С. 6–22.
14. *Петерсон Л. Г., Кубышева М. А.* Как научить учиться: технология деятельностного метода в системе непрерывного образования (детский сад — школа — вуз) // Педагогическое образование и наука. — 2014. — № 2. — С. 52–58.