МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Министерство образования Иркутской области

Управление образования администрации Ангарского городского округа

МАОУ "Гимназия № 8"

РАССМОТРЕНО

Заведующий отделением

Боровнева В.А.

Протокол заседания
отделения №1 от «28»
августа 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Заместитель директора
по УВР

Чурахина Е.Н.
Протокол заседания НМС
№1 от «29» августа 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор

Черниговская О.И.
Приказ №306 от «30»
августа 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**Курса «Инварианты, графы, метод математической
индукции и неравенство треугольника»**

Ангарск 2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Курс «Инварианты, графы и элементы геометрии треугольника» разработан в рамках концепции развития математического образования в МАОУ «Гимназия №8» и предназначен для обучающихся седьмых классов.

Актуальность курса выражается в расширении стандартной программы математического образования для обучающихся 7 класса посредством изучения понятия инварианта в алгебраических структурах, основных понятий теории графов, метода математической индукции и геометрических неравенств. Программа данного курса соответствует концепции профильного обучения и реализуется на этапе предпрофильной подготовки.

Цель курса: изучение некоторых видов инвариантов в алгебре, геометрии и теории чисел; ознакомление обучающихся с элементами теории графов и их применением в комбинаторных и алгебраических задачах; изучение метода математической индукции.

Задачи курса: нахождение и применение различных инвариантов в задачах; решение задач с помощью теории графов; доказательство равенств и неравенств на основе метода математической индукции; применение неравенства треугольника и связанных с ним геометрических неравенств к решению задач.

Программой курса предусмотрено изучение нового теоретического материала путем последовательного решения задач, приводящих к формулировке (и доказательству) общих утверждений.

Программа состоит из четырех разделов, с описанием содержания каждого из них и указанием форм и методов их освоения обучающимися. При изучении каждого раздела данного курса предполагается знакомство обучающихся с основными математическими понятиями курса математики по программе шестого и частично седьмого классов.

К каждому разделу подготовлены наборы заданий и краткий теоретический материал, достаточный для решения задач. Задания ко всем разделам разделены по уровням сложности. Возможны различные варианты решения заданий. При разборе решений устанавливаются соотношения между разными заданиями, выделяются ключевые методы и подходы к анализу содержания заданий.

На изучение курса отводится 34 часа.

Описание разделов программы

Раздел 1. Инварианты в задачах по алгебре, геометрии и теории чисел

Во многих задачах рассматриваются множества объектов, над которыми производятся некоторые операции. В большинстве случаев объектами являются числа, над которыми производятся арифметические действия. Задачи в таких случаях часто заключаются в том, что требуется доказать, что из заданного набора объектов нельзя получить определенными в условии операциями некоторый другой набор. Решение таких задач может сводиться к поиску величины, сохраняющейся в множестве при заданных операциях (инварианту) и установлению противоречия в различии значений этой величины в начальном и конечном состояниях.

Задачи на инварианты технически обычно не очень сложны, но найти подходящий инвариант не всегда просто. В данном разделе представлено много интересных и содержательных задач по алгебре и теории чисел, решение которых опирается на

нахождение инвариантов. Четность является одним из самых простых и часто встречающихся видов инвариантов. В разделе представлено несколько задач, решение которых опирается на идею четности. Другие задачи решаются с помощью менее очевидных инвариантов.

Основные рассматриваемые понятия: последовательность операций над математическими объектами (числами, функциями, множествами и т.д.), начальное и конечное значения, инвариант.

Основной метод: нахождение инварианта, приводящего к решению задачи.

Раздел 2. Элементы теории графов

Одним из наиболее важных понятий, относящихся к структуре дискретных систем, является понятие графа. Это понятие, описывающее структуру связей между отдельными частями системы, в силу своей общности используется во многих математических моделях. Графы очень часто используются в приложениях, поскольку они возникают как модель при изучении многих объектов. Примеры графов: узлы и соединения в электрической цепи, схема дорог, множество предприятий с указанием двухсторонних связей между ними, группа людей с указанием их психологической совместимости, структура управления с указанием объектов и их подчиненности друг другу и т.д.

Тематика исследований, связанных с графами, очень широка. Это и исследование структуры и свойств графов, изучение специальных классов графов, построение быстрых алгоритмов для решения различных задач на графах и т. д.

В данном разделе рассматриваются только некоторые простые вопросы, относящиеся к свойствам произвольных графов.

Основные понятия: вершины и ребра графа, связность, цикл.

Раздел 3. Метод математической индукции

Метод математической индукции является важным способом доказательства предложений (утверждений), зависящих от натурального аргумента. Метод математической индукции состоит в следующем: Предложение (утверждение) $P(n)$, зависящее от натурального числа n , справедливо для любого натурального n если: $P(1)$ является истинным предложением (утверждением); $P(n)$ остается истинным предложением (утверждением), если n увеличить на единицу, то есть $P(n + 1)$ - истинное предложение (утверждение). Таким образом, метод математической индукции предполагает два этапа: 1) проверяется, истинно ли предложение (утверждение) $P(1)$. 2) предполагается, что предложение $P(n)$ истинно, и доказывается истинность предложения $P(n + 1)$ (n увеличено на единицу). Метод математической индукции широко применяется при доказательстве теорем, тождеств, неравенств, при решении задач на делимость, при решении некоторых геометрических и многих других задач. В задачах раздела с помощью метода математической индукции доказываются различные утверждения, касающиеся делимости натуральных чисел, равенств и неравенств.

Особое внимание уделяется «идеологическим задачам», таким как задачи о ханойской башне и разрезании квадрата.

Основные понятия: база, утверждение индукции, индукционный переход.

Раздел 4. Неравенство треугольника и его применение к решению задач

Неравенство треугольника применяется для решения большого количества

различных геометрических неравенств. В геометрические неравенства входят длины сторон, медиан, биссектрис, высот, радиусов вписанной, описанной и невписанных окружностей, величины углов треугольника. В многоугольниках в неравенства включаются длины диагоналей. Имеются неравенства с площадями геометрических фигур.

В данном разделе рассматривается небольшой класс таких неравенств. Некоторые неравенства для своего решения не требуют ничего, кроме неравенства треугольника, решения других основываются также на известных алгебраических неравенствах, прежде всего на неравенстве между средним арифметическим и средним геометрическим неотрицательных чисел.

Иногда геометрические неравенства доказываются с помощью симметрии. Построение симметричных точек, отрезков и прямых позволяет достаточно просто решить ту или иную задачу. Использование симметрии часто является эффективным приемом для решения так называемых экстремальных задач.

Основные понятия: неравенство треугольника, неравенства для средних, геометрические неравенства.

Тематическое и поурочное планирование

Раздел 1. Инварианты в задачах по алгебре, геометрии и теории чисел

1. Инварианты в алгебре и теории чисел (4 ч)
2. Инварианты в геометрии (3 ч)
3. Контрольная работа. (1 ч)

Раздел 2. Элементы теории графов

1. Понятие графа. Связные графы, деревья и циклы (4 ч)
2. Эйлеровы графы. Ориентированные графы (4 ч)
3. Контрольная работа (1 ч)

Раздел 3. Метод математической индукции

1. Метод математической индукции как форма доказательства (2 ч)
2. Доказательство равенств и неравенств методом математической индукции (4 ч)
3. Решение геометрических задач методом математической индукции (2 ч)
4. Контрольная работа (1 ч)

Раздел 4. Неравенство треугольника и его применение к решению задач

1. Неравенство треугольника для сторон и медиан треугольника. Соотношения между сторонами и углами (4 ч)
2. Соотношения между сторонами и диагоналями многоугольника (3 ч)
3. Контрольная работа (1 ч)

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

1. Спивак А.В. Тысяча и одна задача по математике. – М.: Просвещение. 2002.
2. Оре О. Графы и их применение. – М.: Эдиториал УРСС, 2002.
3. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: МЦНМО, 2004.
4. Шень А. Математическая индукция. – М.: МЦНМО, 2004.
5. Гордин Р.К. Геометрия. Планиметрия. 7-9 классы. – М.: МЦНМО, 2006.
6. Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – Киров, АСА, 1994.
7. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. – М.: МЦНМО, 2007.
8. Прасолов В.В. Задачи по алгебре, арифметике и анализу. – М.: МЦНМО, 2007.
9. Яценко И.В. Математический праздник. – М.: МЦНМО, 2005.
- 10.